

VI MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla gimnazjalistów — rok szkolny 2006/2007

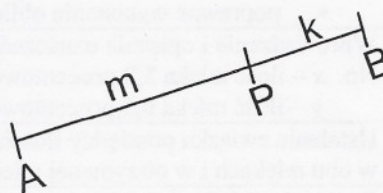
ETAP SZKOLNY — 22 listopada 2006 roku

1. Zestaw zawiera 5 zadań. Za poprawne ich rozwiązanie możesz uzyskać maksymalnie 20 punktów.
2. Rozwiązania zadań przedstaw w czystopisie, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach.
3. Brudnopis nie podlega ocenie.
4. Nie używaj korektora, błędy przekreślaj.
5. Podczas pracy **NIE WOLNO** korzystać z kalkulatorów.
6. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.

Życzymy powodzenia!!!

ZADANIE 1. / 4 pkt. /

Odcinek AB jest podzielony punktem P w złoty sposób, jeśli punkt P dzieli go na dwa odcinki: dłuższy i krótszy takie, że stosunek długości dłuższego odcinka do krótszego jest równy stosunkowi długości całego odcinka do długości dłuższej jego części.



- a) Wykorzystując dane z rysunku zapisz odpowiednią proporcję wiedząc, że odcinek AB został podzielony w złoty sposób.
- b) Podstaw $k = 1$ i przekształć proporcję tak, aby otrzymać równanie z niewiadomą m .
- c) Sprawdź, czy liczba $0,5(1 + \sqrt{5})$ spełnia otrzymane równanie.

ZADANIE 2. / 5 pkt. /

Zawartość procentową tłuszczu w mleku określa się w gramach na 100 ml, np. mleko o zawartości 3,2 % tłuszczu to takie, które ma 3,2 grama tłuszczu w 100 ml.
Jaką ilość mleka o zawartości 3,2% tłuszczu należy zmieszać z mlekiem o zawartości 0,5% tłuszczu, aby otrzymać 270 litrów mleka o zawartości 1,5% tłuszczu?

ZADANIE 3. / 5 pkt. /

Pola niektórych figur płaskich możemy obliczyć ze wzoru **Simpsona**, w którym przyjęto następujące oznaczenia:

$$P = \frac{d_1 + 4d + d_2}{6} \cdot h$$

d_1 – długość dolnej podstawy,
 d – długość środkowego odcinka, równoległego do podstawy dolnej w połowie wysokości,
 d_2 – długość górnej podstawy,
 h – wysokość figury.

- a) Wykonaj rysunek, wprowadź oznaczenia i sprawdź, czy ze wzoru Simpsona można otrzymać wzór na pole trapezu? Odpowiedź uzasadnij.
- b) Sprawdź, czy ze wzoru Simpsona można wyprowadzić wzór na pole sześciokąta foremnego o boku długości a .

ZADANIE 4. / 3 pkt. /

Rozwiąż równanie: $(x + 2^{2006})^2 - (x - 2^{2006})^2 = 2^{2010}$.

ZADANIE 5. / 3 pkt. /

Wyznacz taką wartość a , aby punkt przecięcia wykresów funkcji:

$$f(x) = x + 1 - a$$

$$f(x) = 2x - 3$$

należał do prostej o równaniu $y = 3x$.