V MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla gimnazjalistów — rok szkolny 2005/2006
ETAP SZKOLNY — kryteria punktowania

Zad. 1. (4 pkt.)

Punktacja	Czynność
1 p.	Rozkład liczby 2055 na przynajmniej dwa czynniki
1 p.	Zauważenie, że pierwszy składnik zawiera czynniki występujące w dokonanym rozkładzie
1 p.	Zauważenie, że drugi składnik zawiera czynniki występujące w dokonanym rozkładzie
1 p.	Zauważenie, że skoro oba składniki są podzielne przez wszystkie czynniki występujące w rozkładzie liczby 2055, to suma też jest podzielna przez 2055

Zad. 2. (5 pkt.)

I sposób:

Punktacja	Czynność
2 p.	Wprowadzenie oznaczeń i zapisanie warunków (po jednym pkt za każdy) x – liczba psów = liczba kotów, $\frac{1}{3}x+6$ – liczba zabranych psów, $\frac{1}{2}x+1$ – liczba zabranych kotów
1 p.	Zapisanie nierówności $x-\left(\frac{1}{3}x+6\right)<x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)$
1 p.	Rozwiązanie nierówności (lub układu równania i nierówności) $x<30$
1 p.	Zauważenie, że liczba psów musi być podzielna przez 2 i 3 czyli przez 6. Podanie odpowiedzi: Na początku w schronisku mogło być: 12, 18 albo 24 psy

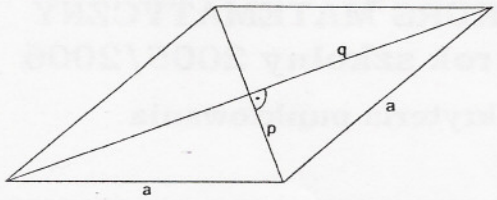
II sposób:

Punktacja	Czynność
1 p.	Zauważenie, że liczba psów musi być podzielna przez 2 i 3 czyli przez 6
1 p.	Sprawdzenie, że liczba 6 nie spełnia warunków zadania
2 p.	Sprawdzenie warunków zadania dla liczb: 12, 18, 24. *Sprawdzenie warunków tylko dla jednej lub dwu z tych liczb — 1 pkt*
1 p.	Uzasadnienie, że liczba psów musi być mniejsza od 30. Podanie odpowiedzi: Na początku w schronisku mogło być: 12, 18 albo 24 psy

Zad. 3. (7 pkt.)

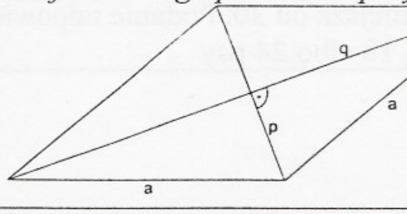
I sposób:

Punktacja	Czynność
1 p.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami. Uczeń musi zaznaczyć (lub zapisać) prostopadłość przekątnych, długość boku rombu, długości przekątnych (lub ich połówek). Uczeń może również w innym miejscu opisać zmienne (długości boku, przekątnych lub ich połówek). Uczeń może nie zaznaczyć prostopadłości przekątnych, o ile w toku dalszego rozwiązywania zadania z tej własności korzysta (stosuje tw. Pitagorasa). *Jeżeli na rysunku brak oznaczeń lub nie zostały opisane w innym miejscu — tego punktu nie przyznajemy*

	
1 p.	Obliczenie długości boku rombu: $a=10\text{ cm}$
1 p.	Zapisanie związku między długościami przekątnych (lub ich połówek) i bokiem rombu (tw. Pitagorasa) $\left(\frac{p}{2}\right)^2+\left(\frac{q}{2}\right)^2=10^2$
1 p.	Przekształcenie $\left(\frac{p}{2}\right)^2+\left(\frac{q}{2}\right)^2=10^2$ do postaci: $p^2+q^2=400$
2 p.	Zapisanie wzoru skróconego mnożenia i wyliczenie z niego połowy iloczynu przekątnych (z wykorzystaniem podstawień). $\begin{cases} p^2+q^2=400 \\ p+q=28 \\ (p+q)^2=p^2+2pq+q^2 \end{cases}$, $\begin{cases} p^2+q^2=400 \\ 28^2=\left(p^2+q^2\right)+2pq \end{cases}$, $28^2=400+2pq$, $\frac{1}{2}pq=\frac{28^2}{4}-100$ *Jeżeli uczeń zacznie przekształcać wzór na kwadrat sumy przekątnych i nie dokona wszystkich podstawień – przyznajemy tylko jeden punkt*
1 p.	Podanie pola rombu: $P=96\text{ cm}^2$

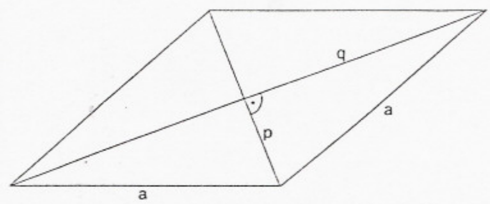
Jeżeli uczeń rozwiązuje całe zadanie poprawnie i popełnia błąd rachunkowy, to nie otrzymuje ostatniego punktu.

II sposób:

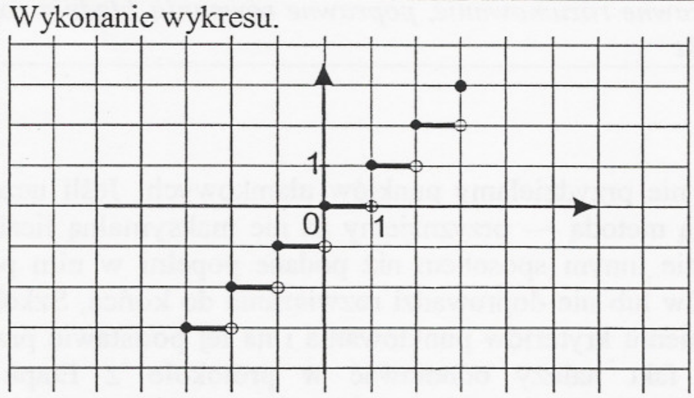
Punktacja	Czynność
1 p.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami. Uczeń musi zaznaczyć (lub zapisać) prostopadłość przekątnych, długość boku rombu, długości przekątnych (lub ich połówek). Uczeń może nie zaznaczyć prostopadłości przekątnych, o ile w toku dalszego rozwiązywania zadania z tej własności korzysta (stosuje tw. Pitagorasa). Uczeń może również w innym miejscu opisać zmienne (długości boku, przekątnych lub ich połówek). *Jeżeli na rysunku brak oznaczeń lub nie zostały opisane w innym miejscu — tego punktu nie przyznajemy* 
1 p.	Obliczenie długości boku rombu: $a=10\text{ cm}$
1 p.	Zapisanie związku między długościami przekątnych (lub ich połówek) i bokiem rombu (tw. Pitagorasa) $\left(\frac{p}{2}\right)^2+\left(\frac{q}{2}\right)^2=10^2$
1 p.	Zapisanie równania lub układu równań pozwalającego wyliczyć długości przekątnych (lub ich połówek) $\left(\frac{p}{2}\right)^2+\left(\frac{28-p}{2}\right)^2=10^2$
2 p.	Rozwiązanie równania. Obliczenie długości przekątnych: $p=12\text{ cm}$, $q=16\text{ cm}$ *(Drugie rozwiązanie jest symetryczne). Uczeń prawdopodobnie nie będzie w stanie*

	dalej rozwiązać zadania tą metodą, ponieważ napotka równanie kwadratowe. Jeżeli podejmie próby odgadnięcia pierwiastków równania — punktujemy 1-2 pkt, w zależności, czy sprawdzi, że spełniają one obydwa warunki (sprawdzenie jedyności rozwiązania nie jest wymagane)
1 p.	Znalezienie pola rombu: $P = 96\,\text{cm}^2$

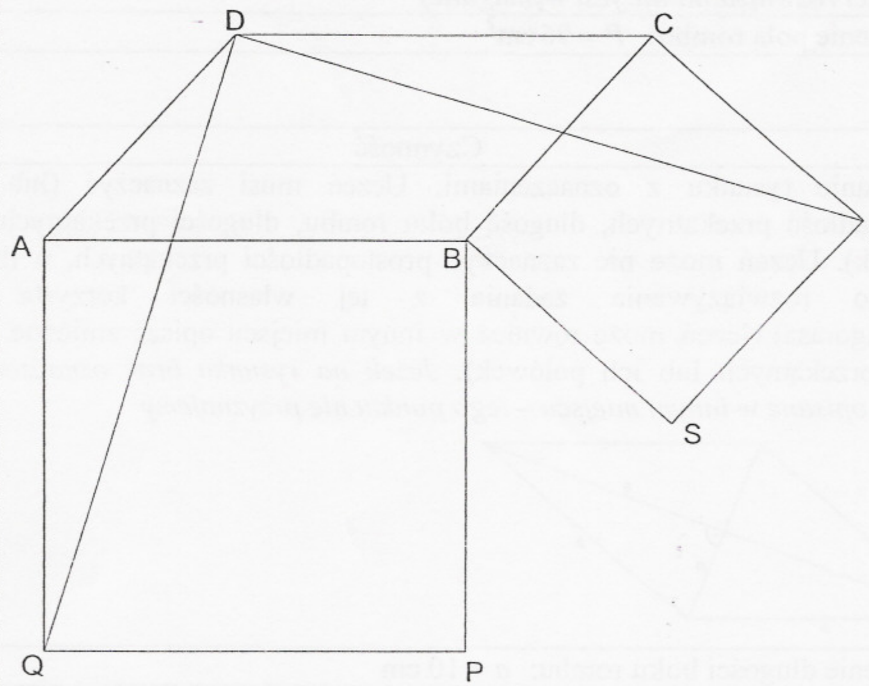
III sposób:

Punktacja	Czynność
1 p.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami. Uczeń musi zaznaczyć (lub zapisać) prostopadłość przekątnych, długość boku rombu, długości przekątnych (lub ich połówek). Uczeń może nie zaznaczyć prostopadłości przekątnych, o ile w toku dalszego rozwiązywania zadania z tej własności korzysta (stosuje tw. Pitagorasa).Uczeń może również w innym miejscu opisać zmienne (długości boku, przekątnych lub ich połówek). *Jeżeli na rysunku brak oznaczeń lub nie zostały opisane w innym miejscu – tego punktu nie przyznajemy* 
1 p.	Obliczenie długości boku rombu: $a = 10$ cm
1 p.	Odgadnięcie długości połówek przekątnych rombu: $\frac{p}{2} = 6$ cm, $\frac{q}{2} = 8$ cm
3 p.	Uzasadnienie, że otrzymane liczby są jedynymi, których suma jest równa 14 i jednocześnie suma kwadratów jest równa 100 *Sprawdzenie pierwszego warunku — 1 pkt;* *Sprawdzenie drugiego warunku — 1 pkt;* *Pokazanie jedyności wskazanego rozwiązania — 1 pkt*
1 p.	Znalezienie pola rombu: $P = 96\,\text{cm}^2$

Zad. 4. (6 pkt.)

Punktacja	Czynność
4 p.	Wykonanie wykresu.  1p. przyznajemy za prawidłowe wykorzystanie informacji o dziedzinie funkcji; 1p. przyznajemy za narysowanie wykresu schodkowego (bez względu na końce odcinków); 1p. przyznajemy za prawidłowe zaznaczenie wszystkich lewych i prawych końców odcinków; 1p. przyznajemy za zaznaczenie punktu (3,3)
1 p.	Wyznaczenie (odczytanie) wartości najmniejszej: –3
1 p.	Wyznaczenie (odczytanie) wartości największej: 3

Zad. 5. (8 pkt.)

Punktacja	Czynność
1 p.	Rysunek z wykorzystaniem wszystkich informacji z zadania 
1 p.	Wykazanie, że ΔAQD i ΔDRC mają po dwa boki odpowiednio przystające
1 p.	Wykazanie, że kąty: $\angle DAQ$ i $\angle RCD$ są przystające
1 p.	Wykazanie, że $DQ = DR$ (powołanie się na cechy przystawania trójkątów)
1 p.	Przedstawienie $\angle CDA$ jako sumy kątów: $\angle QDA$, $\angle RDQ$ i $\angle CDR$
1 p.	Zauważenie, że $\lvert\angle ADC\rvert = 180° - \lvert\angle DAB\rvert$
2 p.	Uzasadnienie, że $\angle QDR$ jest prosty (np. z przystawania trójkątów ΔAQD i ΔDRC i z tw. o sumie kątów wewnętrznych trójkąta lub w inny równoważny sposób) *Jest to istotny i trudny etap rozwiązania tego zadania. Za zaczęte, lecz niedokończone poprawne rozumowanie, poprawne równania błędnie rozwiązane — przydzielamy 1 pkt*

Uwaga:

W całym schemacie oceniania nie przydzielamy punktów ułamkowych. Jeśli uczeń rozwiąże zadanie w pełni poprawnie inną metodą — przyznajemy za nie maksymalną liczbę punktów. Jeżeli uczeń rozwiązując zadanie innym sposobem niż podane popełni w nim pomyłkę, nie uzasadni podejmowanych kroków lub nie doprowadzi rozwiązania do końca, Szkolna Komisja może podjąć decyzję o uzupełnieniu kryteriów punktowania i na tej podstawie przyznać za to zadanie punkty. Każdy taki fakt należy odnotować w protokole z Etapu Szkolnego V Małopolskiego Konkursu Matematycznego. Uzupełniony klucz staje się załącznikiem do protokołu (i podlega przesłaniu do Komisji Rejonowej Konkursu).

Powielono w G2M 670 egz.