

V MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY
dla gimnazjalistów — rok szkolny 2005/2006

ETAP SZKOLNY — 15 listopada 2005 roku

1. Zestaw zawiera 5 zadań. Za poprawne rozwiązanie wszystkich możesz uzyskać maksymalnie 30 punktów.
2. W zadaniach przedstaw pełne rozwiązania, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach (w czystopisie).
3. Brudnopis nie podlega ocenie.
4. Nie używaj korektora, błędy przekreślaj.
5. Podczas pracy NIE WOLNO korzystać z kalkulatorów.
6. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.

Życzymy powodzenia!!!

Zad. 1. /4 pkt./

Wykaż, że liczba $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 1999 \cdot 2001 \cdot 2003 \cdot 2005 + 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2004 \cdot 2006$ jest podzielna przez 2055.

Zad. 2. /5 pkt./

W schronisku dla zwierząt była taka sama liczba psów, co kotów. Trzecia część liczby psów i połowa liczby kotów znalazła opiekunów. Po sześć psów i jednego kota zgłoszą się właściciele i wtedy w schronisku będzie więcej kotów niż psów. Ile psów mogło znajdować się w schronisku na początku?

Zad. 3. /7 pkt./

Obwód rombu wynosi 40 cm, a suma długości jego przekątnych jest równa 28 cm. Oblicz pole rombu. Wykonaj rysunek i wprowadź na nim odpowiednie oznaczenia.

Zad. 4. /6 pkt./

Symbol $[a]$ oznacza część całkowitą liczby a , czyli największą liczbę całkowitą nie większą od a . Na przykład: $[5] = 5$, $[2,73] = 2$, $[\pi] = 3$, $[\sqrt{2}] = 1$, $[-2] = -2$, $[-0,5] = -1$, $[-1,4] = -2$, $[-\pi] = -4$.

Określono funkcję f dla wszystkich liczb rzeczywistych nie mniejszych niż -3 i nie większych niż 3 wzorem: $f(x) = [x]$

a) Narysuj wykres funkcji f .

b) Wyznacz najmniejszą i największą wartość tej funkcji.

Zad. 5. /8 pkt./

Na bokach AB i BC równoległoboku $ABCD$ zbudowano na zewnątrz kwadraty $AQPB$ i $BSRC$. Wykaż, że odcinki DQ i DR mają równą długość i są prostopadłe (pamiętaj, że wierzchołki wielokąta podaje się w kolejności przeciwnej do kierunku ruchu wskazówek zegara).