

III MAŁOPOLSKI KONKURS MATEMATYCZNY

dla gimnazjalistów – rok szkolny 2003/2004

ETAP SZKOLNY – 28 listopada 2003 roku

1. Zestaw zawiera 5 zadań. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań możesz uzyskać maksymalnie 26 punktów.
2. W zadaniach przedstaw pełne rozwiązania, pamiętając o wszystkich obliczeniach, potrzebnych uzasadnieniach i odpowiedziach.
3. Nie używaj korektora, błędy przekreślaj.
4. Podczas pracy NIE WOLNO korzystać z kalkulatorów.
5. Na rozwiązanie wszystkich zadań masz 90 minut.

Życzymy powodzenia!!!

Zadanie 1. / 4 pkt /

Najkrótszy bok trójkąta ma długość 9cm, średni 12cm, a najdłuższy ma długość równą długości średnicy koła opisanego na tym trójkącie. Oblicz pole tego koła.

Zadanie 2. / 5 pkt /

Wykaż, że liczba $\sqrt{17-12\sqrt{2}} + \sqrt{17+12\sqrt{2}}$ jest liczbą naturalną.

Zadanie 3. / 6 pkt /

Dana jest funkcja f określona wzorem: $f(x) = \min\{2x+3, -x+2\}$, gdzie $\min\{a, b\}$ oznacza nie większą z liczb a i b .

- a) Dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartości niedodatnie?
- b) Wyznacz miejsca zerowe tej funkcji.

Zadanie 4. / 5 pkt /

Wyznacz wszystkie pary liczb naturalnych a i b spełniające równanie: $a^2 + b^2 + 8b = 6a$.
Przyjmij, że $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$.

Zadanie 5. / 6 pkt /

W lesie było siedem mrowisk. W każdym mieszkała ta sama liczba mrówek. W poniedziałek połowa mrówek z pierwszego mrowiska przeszła do drugiego, we wtorek połowa mrówek z drugiego mrowiska przeszła do trzeciego, w środę połowa z trzeciego przeszła do czwartego, w czwartek połowa z czwartego przeszła do piątego, w piątek połowa z piątego przeszła do szóstego, w sobotę połowa z szóstego przeszła do siódmego, w niedzielę połowa z siódmego przeszła do pierwszego. W pierwszym mrowisku jest teraz o 630 mrówek więcej niż na początku. Ile było początkowo mrówek w każdym mrowisku?